

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SUBIECTUL III (30p)

Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ -3 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$, $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ și mulțimea de matrice

$$M = \left\{ P \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) \mid P = aA + bB, a, b \in \mathbb{R} \right\}.$$

5p a) Să se calculeze $A + 2B$.

5p b) Să se calculeze $A^2 - 2A$.

5p c) Să se determine $x, y \in \mathbb{R}$ astfel încât $xA + yB = I_2$.

5p d) Să se arate că matricea $AB - BA$ nu este inversabilă.

5p e) Dacă $m_1 = \det(A + B)$, $m_2 = \det(A + 2B)$, $m_3 = \det(A + 4B)$ să se calculeze $\log_2 m_1 + \log_2 m_2 + \log_2 m_3$.

5p f) Fie $X, Y \in M$, $X = A - B$, $Y = A + B$. Să se demonstreze că $XY \in M$.