

**Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**SUBIECTUL III (30p)**

Se consideră mulțimea de matrice  $M = \left\{ X(a,b,c) \in \mathcal{M}_3(\mathbb{R}) \mid X(a,b,c) = \begin{pmatrix} a & 0 & 1 \\ 1 & b & 0 \\ 0 & 1 & c \end{pmatrix}, a,b,c \in \mathbb{R} \right\}.$

**5p a)** Să se calculeze  $2X(3,-2,-1) - X(1,2,3).$

**5p b)** Să se determine  $x \in \mathbb{R}$  astfel încât  $X(2x+3,3,4) = X(x^2,3,4).$

**5p c)** Să se arate că matricea  $X(1,-1,1) \in M$  nu este inversabilă.

**5p d)** Să se arate că dacă  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ , atunci  $A \in M$ .

**5p e)** Știind că  $X = \begin{pmatrix} x & 0 & 1 \\ 1 & y & 0 \\ 0 & 1 & z \end{pmatrix}$  și  $Y = \begin{pmatrix} z & 0 & 1 \\ 1 & z & 0 \\ 0 & 1 & z \end{pmatrix}$ , să se determine  $x, y, z \in \mathbb{R}$ , astfel încât  $XY = YX$  și

$$\det(X) = 9.$$

**5p f)** Să se calculeze  $\begin{vmatrix} x_1 & 0 & 2 \\ x_2 & 2 & 0 \\ 0 & x_2 & x_1 \end{vmatrix}$ , unde  $x_1, x_2$  sunt rădăcinile ecuației  $2x^2 - 3x - 1 = 0.$