

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SUBIECTUL III (30p)

Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$, $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $B = A + bI_2$ și $C = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$, $b \in \mathbb{R}$.

- 5p** a) Să se calculeze $A + 3I_2$.
- 5p** b) Să se calculeze $I_2 + 2A + 3A^2 + 4A^3$.
- 5p** c) Să se arate că matricea B este inversabilă oricare ar fi $b \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$.
- 5p** d) Să se determine $a \in \mathbb{R}$, astfel încât matricea aC să fie inversa matricei $A + 2I_2$.
- 5p** e) Să se demonstreze că matricea B verifică egalitatea $B^3 = 3b^2A + b^3I_2$.
- 5p** f) Să se determine $b \in \mathbb{R}$, astfel încât matricea B să verifice egalitatea $AB + BA = 8A$.