

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SUBIECTUL III (30p)

Se consideră matricele $B = \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$, $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ și mulțimea de matrice

$$M = \left\{ A(x, y) \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) \mid A(x, y) = \begin{pmatrix} x & y \\ -y & x \end{pmatrix}, x, y \in \mathbb{R} \right\}.$$

5p a) Să se calculeze $A(1, 3) + B$.

5p b) Să se determine $p, q \in \mathbb{R}$ astfel încât $\begin{pmatrix} 3p - q & q - 2 \\ -5 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -5 & 2 \end{pmatrix}$.

5p c) Să se arate că $B^4 = I_2$.

5p d) Să se calculeze $B + B^2 + B^3 + \dots + B^8$.

5p e) Să se rezolve în $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ ecuația matriceală $A(2, 1) \cdot X = B$.

5p f) Să se determine matricele $A(x, y) \in M$, știind că $x, y \in \mathbb{Z}$ și $\det(A(x, y)) = 1$.