

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SUBIECTUL III (30p)

Se consideră matricele $X(a) = \begin{pmatrix} a & 0 & a \\ 0 & a & 0 \\ a & 0 & a \end{pmatrix}$ și $I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $a \in \mathbb{R}$.

- 5p** a) Să se determine $a \in \mathbb{R}$ astfel încât $X(a) = 3 \begin{pmatrix} 3 & 0 & 3 \\ 0 & 3 & 0 \\ 3 & 0 & 3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 4 & 0 & 4 \\ 0 & 4 & 0 \\ 4 & 0 & 4 \end{pmatrix}$.
- 5p** b) Să se arate că $X(-a) = -X(a)$, oricare ar fi $a \in \mathbb{R}$.
- 5p** c) Să se calculeze $X(-2) + X(-1) + X(0) + X(1) + X(2) + X(3)$.
- 5p** d) Să se verifice că $X(1) \cdot X(10) = X(2) \cdot X(5)$.
- 5p** e) Să se determine $a \in \mathbb{R}$ cu proprietatea că matricea $X(a) + I_3$ este inversabilă.
- 5p** f) Să se determine matricele $Y \in \mathcal{M}_3(\mathbb{R})$ cu proprietatea că $Y \cdot X(a) = X(a) \cdot Y$, oricare ar fi $a \in \mathbb{R}$.