

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SUBIECTUL III (30p)

În mulțimea $\mathcal{M}_3(\mathbb{R})$ se consideră submulțimea $\mathcal{M} = \left\{ A(x) = \begin{pmatrix} x & 0 & x \\ 0 & 1 & 0 \\ x & 0 & x \end{pmatrix} \mid x \in (0, \infty) \right\}$ și matricea

$$I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

5p a) Să se calculeze suma elementelor matricei $A(2)$.

5p b) Să se arate că $I_3 \notin \mathcal{M}$.

5p c) Să se demonstreze că $A(x) \cdot A(y) = A(2xy)$, $\forall x, y \in \mathbb{R}$.

5p d) Să se calculeze $A\left(\frac{1}{2}\right) \cdot A\left(\frac{2}{3}\right) \cdot A\left(\frac{3}{4}\right)$.

5p e) Să se arate că, dacă $A(x) \in \mathcal{M}$ și $A(y) \in \mathcal{M}$, atunci $A(x) \cdot A(y) \in \mathcal{M}$.

5p f) Să se determine matricea $A(x) \in \mathcal{M}$ care verifică egalitatea $(A(x))^2 = A(x) \cdot A(4)$.