

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SUBIECTUL III (30p)

În mulțimea $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ se consideră submulțimea $G = \left\{ \begin{pmatrix} a & 1-a \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \mid a \in \mathbb{R}^* \right\}$.

5p a) Să se arate că $I_2 \in G$.

5p b) Știind că $A = \begin{pmatrix} a & 1-a \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ și $B = \begin{pmatrix} b & 1-b \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ sunt două elemente din G , să se calculeze $AB - BA$.

5p c) Să se arate că, dacă $A, B \in G$, atunci $A \cdot B \in G$.

5p d) Știind că $A = \begin{pmatrix} a & 1-a \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \in G$, să se afle $a \in \mathbb{R}^*$, astfel încât $\det(A^3) = 8$.

5p e) Să se arate că orice matrice din G este inversabilă.

5p f) Să se rezolve în mulțimea numerelor reale sistemul
$$\begin{cases} x + 2y + 3z = 3 \\ x + 2y + z = 4 \\ 2x + y + z = 5 \end{cases}.$$