

**Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**SUBIECTUL III (30p)**

Fie sistemul de ecuații (S)  $\begin{cases} (2+a^2)x+y+z=1 \\ x+(2+b^2)y+z=1 \\ x+y+z=1 \end{cases}$  și matricea  $A = \begin{pmatrix} 2+a^2 & 1 & 1 \\ 1 & 2+b^2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $a, b \in \mathbb{R}$ .

- 5p** a) Pentru  $a = b = 0$ , să se calculeze  $\det(A)$ .
- 5p** b) Pentru  $a = b = 0$ , să se calculeze  $A^2$ .
- 5p** c) Să se arate că  $\left(\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3}\right)$ , nu este soluție a sistemului (S), oricare ar fi  $a, b \in \mathbb{R}$ .
- 5p** d) Să se arate că  $\det(A) \geq 1, \forall a, b \in \mathbb{R}$ .
- 5p** e) Folosind, eventual, relația  $\det(A)\det(A^{-1}) = 1$ , să se determine matricea  $A \in \mathcal{M}_3(\mathbb{Z})$ , pentru care  $A^{-1} \in \mathcal{M}_3(\mathbb{Z})$ .
- 5p** f) Să se rezolve sistemul (S) pentru  $a = 0, b = 0$ .