

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SUBIECTUL III (30p)

Fie matricele $A = \begin{pmatrix} a & 1 & 1 \\ 1 & b & 1 \\ 1 & 1 & c \end{pmatrix}$, $I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} a & 1 \\ 1 & b \end{pmatrix}$, $a, b, c \in \mathbb{Z}$.

- 5p** a) Pentru $a = b = c = 1$, să se calculeze $A - 2I_3$.
- 5p** b) Pentru $a = b = c = 1$, să se verifice egalitatea $A^2 = 3A$.
- 5p** c) Să se determine $a, b \in \mathbb{Z}$, pentru care $\det(B) = 0$
- 5p** d) Să se arate că există o infinitate de triplete (a, b, c) pentru care matricea A nu este inversabilă.
- 5p** e) Să se arate că $\det(A) = (c - 1)\det(B) + (a - 1)(b - 1)$.
- 5p** f) Să se arate că există numere $a, b, c \in \mathbb{Z}$ pentru care $\det(A) = 2008$.