

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SUBIECTUL III (30p)

Fie matricele $A = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$, $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $O_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$.

- 5p** a) Să se calculeze A^3 .
- 5p** b) Să se verifice egalitatea $I_2 + A^3 = (I_2 + A)(I_2 - A)$.
- 5p** c) Să se arate că $\det(aI_2 + aA) \geq 0$ pentru oricare $a \in \mathbb{R}$.
- 5p** d) Să se arate că, pentru oricare $a \in \mathbb{R}$, matricea $I_2 + aA$ este inversabilă.
- 5p** e) Să se arate că, pentru oricare $a \in \mathbb{R}$, există $b \in \mathbb{R}$, astfel încât $(I_2 + aA)(I_2 + bA) = I_2$.
- 5p** f) Să se determine matricele $X = \begin{pmatrix} x & y \\ -x & -y \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ cu proprietatea că $XA = O_2$.