

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SUBIECTUL III (30p)

Fie matricele $A = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}, I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, O_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$.

5p a) Să se calculeze A^2 .

5p b) Să se arate că $\det(A) = \det(A^2)$.

5p c) Să se determine $x, y \in \mathbb{R}$ pentru care are loc egalitatea $A^2 + xA + yI_2 = O_2$.

5p d) Să se verifice egalitatea $A + A^2 + A^3 = O_2$.

5p e) Calculați $A + A^2 + \dots + A^{28}$.

5p f) Să se arate că pentru orice $a \in \mathbb{R}$ matricea $aI_2 + A$ este inversabilă.