

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SUBIECTUL III (30p)

Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$, $I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$, și $B = \begin{pmatrix} a \\ a \\ a \end{pmatrix}$, cu $a, x, y, z \in \mathbb{R}$.

5p a) Să se calculeze $\det(A + I_3)$.

5p b) Să se calculeze $4A + 5I_3$.

5p c) Să se arate că $A^2 = 4A + 5I_3$.

5p d) Să se rezolve în mulțimea \mathbb{R} ecuația $\det(zA) = 40$.

5p e) Să se arate că dacă $\begin{pmatrix} t \\ u \\ v \end{pmatrix}$ este soluție a ecuației matriceale $AX = B$, atunci $t = u = v$.

5p f) Să se determine $a \in \mathbb{N}$, pentru care ecuația $AX = B$ are soluții în $\mathcal{M}_{3,1}(\mathbb{N})$.