

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SUBIECTUL III (30p)

Fie sistemul de ecuații (S) $\begin{cases} x + y = 1 \\ 2ax + (a^2 + 1)y = 2 \end{cases}$ și matricele $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2a & a^2 + 1 \end{pmatrix}$, $O_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, $a \in \mathbb{R}$.

- 5p** a) Pentru $a = 1$, să se verifice egalitatea $A(A - 3I_2) = O_2$.
- 5p** b) Să se arate că $\det(A) \geq 0$, $\forall a \in \mathbb{R}$.
- 5p** c) Să se determine $a \in \mathbb{R}$ pentru care $x = -1$, $y = 2$ este soluție a sistemului (S).
- 5p** d) Să se determine $a \in \mathbb{R}$ pentru care matricea sistemului (S) este inversabilă.
- 5p** e) Să se determine $a \in \mathbb{R}$ pentru care sistemul (S) admite soluții numere naturale.
- 5p** f) Să se rezolve sistemul (S) pentru $a \in \mathbb{R}$.