

**Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**SUBIECTUL III (30p)**

Fie sistemul de ecuații (S) 
$$\begin{cases} x + y + (a^2 + 2)z = 1 \\ x + (a^2 + 2)y + z = 1 \\ (a^2 + 2)x + y + z = 1 \end{cases}$$
 și matricea  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & a^2 + 2 \\ 1 & a^2 + 2 & 1 \\ a^2 + 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $a \in \mathbb{R}$ .

- 5p** a) Pentru  $a = 0$ , să se calculeze  $\det(A)$ .
- 5p** b) Să se rezolve sistemul (S), pentru  $a = 0$ .
- 5p** c) Să se determine  $a \in \mathbb{R}$ , astfel încât  $\left(\frac{1}{5}, \frac{1}{5}, \frac{1}{5}\right)$  să fie soluție a sistemului (S).
- 5p** d) Să se arate că  $\det(A) < 0$ , pentru oricare  $a \in \mathbb{R}$ .
- 5p** e) Știind că  $(t, u, v)$  este soluție a sistemului (S) să se calculeze  $t + u + v$ , pentru  $a \in \mathbb{R}$ .
- 5p** f) Să se arate că dacă  $(t, t, t)$  este soluție a sistemului (S), atunci  $t \in \left(0, \frac{1}{4}\right]$ .