

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SUBIECTUL III (30p)

Fie mulțimea de matrice $M = \left\{ A(a) \in \mathcal{M}_3(\mathbb{R}) \mid A(a) = \begin{pmatrix} a & 0 & a \\ 0 & 0 & 0 \\ a & 0 & a \end{pmatrix}, a \in \mathbb{R} \right\}.$

- 5p** a) Să se studieze dacă matricea nulă $O_3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ aparține mulțimii M .
- 5p** b) Să se studieze dacă matricea $A(a) \in M$ este inversabilă.
- 5p** c) Să se arate că dacă $A(a), A(b) \in M$, atunci $A(a) \cdot A(b) \in M$.
- 5p** d) Să se arate că pentru oricare matrice $A(a), A(b) \in M$ are loc egalitatea $A(a) \cdot A(b) = A(b) \cdot A(a)$.
- 5p** e) Să se arate că există o matrice $A(e) \in M$, cu proprietatea că $A(a) \cdot A(e) = A(a)$, $\forall A(a) \in M$.
- 5p** f) Să se demonstreze că $2A(xy) = A(x) \cdot A(y)$, $\forall x, y \in \mathbb{R}$.