

**Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**SUBIECTUL II (30p)**

1. În mulțimea  $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$  se consideră matricele  $A = \begin{pmatrix} 4 & 8 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$ ,  $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$  și  $X(a) = I_2 + aA$ , unde  $a \in \mathbb{R}$ .

**5p** a) Să se demonstreze că  $A^2 = 8A$ .

**5p** b) Să se calculeze  $\det X(a)$ .

**5p** c) Să se demonstreze că  $X(a) \cdot X(b) = X(a + b + 8ab)$ , oricare ar fi  $a, b \in \mathbb{R}$ .

2. Se consideră polinomul  $f = (1 + X + X^3)^{669} \in \mathbb{Z}[X]$  cu forma algebrică  $f = a_{2007}X^{2007} + \dots + a_1X + a_0$ .

**5p** a) Să se calculeze  $f(1) + f(-1)$ .

**5p** b) Să se arate că suma  $a_0 + a_1 + a_2 + \dots + a_{2007}$  este un număr divizibil cu 3.

**5p** c) Să se demonstreze că numerele  $m = a_0 + a_2 + \dots + a_{2006}$  și  $n = a_1 + a_2 + \dots + a_{2007}$  sunt numere întregi consecutive.