

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SUBIECTUL II (30p)

1. Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -1 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$ și $I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

5p a) Să se verifice că $A \cdot B = B \cdot A$.

5p b) Să se demonstreze că $(A + B)^2 = (A - B)^2 = A^2 + B^2$.

5p c) Utilizând metoda inducției matematice să se demonstreze că $(A + B)^{2n} = 3^{2n} I_3$, oricare ar fi $n \in \mathbb{N}^*$.

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție prin $x * y = 3xy + 3x + 3y + 2$.

5p a) Să se demonstreze că $x * y = 3(x + 1)(y + 1) - 1$, oricare ar fi $x, y \in \mathbb{R}$.

5p b) Să se determine perechile $(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ pentru care $(x^2 - 2) * (y^2 - 5) = -1$.

5p c) Știind că legea de compoziție este asociativă să se calculeze
 $(-2008) * (-2007) * \dots * (-1) * 0 * 1 * \dots * 2007 * 2008$.