

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SUBIECTUL II (30p)

1.

5p **a)** Să se calculeze determinantul $\begin{vmatrix} \sqrt{2008} - i & -i \\ i & \sqrt{2008} + i \end{vmatrix}$, unde $i^2 = -1$.

5p **b)** Să se calculeze determinantul $\begin{vmatrix} x_1 & x_2 \\ -x_2 & x_1 \end{vmatrix}$, știind că x_1 și x_2 sunt soluțiile ecuației $x^2 - 4x + 2 = 0$.

5p **c)** Fie matricele $A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ și $O_3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$. Să se arate că $A^3 + A^2 + A = O_3$, unde $A^2 = A \cdot A$

și $A^3 = A^2 \cdot A$.

2. Pe mulțimea numerelor reale se consideră legea de compoziție $x \circ y = 2xy - 8x - 8y + 36$.

5p **a)** Să se demonstreze că $x \circ y = 2(x - 4)(y - 4) + 4$, oricare ar fi $x, y \in \mathbb{R}$.

5p **b)** Să se rezolve ecuația $x \circ x = 36$.

5p **c)** Știind că operația „ \circ ” este asociativă să se demonstreze, utilizând metoda inducției matematice, că

$\underbrace{x \circ x \circ x \circ \dots \circ x}_{\text{de } n \text{ ori}} = 2^{n-1}(x - 4)^n + 4$, oricare ar fi $x \in \mathbb{R}$ și oricare ar fi $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$.