

**Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**SUBIECTUL II (30p)**

1. În mulțimea  $\mathcal{M}_3(\mathbb{R})$  se consideră matricele  $A = \begin{pmatrix} 4 & -2 & -2 \\ -2 & 4 & -2 \\ -2 & -2 & 4 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} -2 & -2 & -2 \\ -2 & -2 & -2 \\ -2 & -2 & -2 \end{pmatrix}$  și  $C = A + B$ .

5p a) Să se verifice că  $A \cdot B = B \cdot A$ .

5p b) Să se demonstreze că  $A^2 = 6A$  și  $B^2 = -6B$ , unde  $A^2 = A \cdot A$ .

5p c) Să se demonstreze că  $C^n = 6^{n-1} (A + (-1)^{n-1} B)$ , oricare ar fi  $n \in \mathbb{N}^*$ , unde  $C^n = \underbrace{C \cdot C \cdot \dots \cdot C}_{\text{de } n \text{ ori}}$

2. Pe mulțimea  $\mathbb{Z}$  se definesc legile de compoziție  $x * y = x + y + 2$  și respectiv  $x \circ y = xy + 2x + 2y + 2$ .

5p a) Să se demonstreze că  $x \circ y = (x + 2)(y + 2) - 2$ .

5p b) Să se determine elementele neutre ale fiecăreia dintre cele două legi de compoziție.

5p c) Să se rezolve sistemul  $\begin{cases} x^2 * y^2 = 7 \\ x^2 \circ y^2 = 16 \end{cases}$ .