

**Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**SUBIECTUL II (30p)**

1. Pentru  $x \in \mathbb{R}$  se consideră matricele  $A_x = \begin{pmatrix} x & 1 \\ 1 & x \end{pmatrix}$  și  $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ .

5p a) Să se determine valorile lui  $x$  pentru care  $\det A_x = 0$ .

5p b) Să se determine  $x \in \mathbb{R}$  astfel încât  $A_x^2 = I_2$ , unde  $A_x^2 = A_x \cdot A_x$ .

5p c) Să se demonstreze că  $A_x^2 = 2xA_x + (1 - x^2) \cdot I_2$ .

2. Se consideră inelul  $(\mathbb{Z}_6, +, \cdot)$ , unde  $\mathbb{Z}_6 = \{\hat{0}, \hat{1}, \hat{2}, \hat{3}, \hat{4}, \hat{5}\}$ .

5p a) Să se verifice că  $a^4 = a^2$ , oricare ar fi  $a \in \mathbb{Z}_6$ .

5p b) Utilizând metoda inducției matematice să se demonstreze că  $a^{2n} = a^2$ , oricare ar fi  $n \in \mathbb{N}^*$  și oricare ar fi  $a \in \mathbb{Z}_6$ .

5p c) Să se calculeze  $\widehat{1^{2008}} + \widehat{2^{2008}} + \widehat{3^{2008}} + \widehat{4^{2008}} + \widehat{5^{2008}}$ .