

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SUBIECTUL II (30p)

1. În mulțimea $\mathcal{M}_3(\mathbb{C})$ se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & i \\ 0 & i & 0 \\ i & 0 & 0 \end{pmatrix}$, unde $i^2 = -1$, $I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ și

submulțimea $G = \{X \in \mathcal{M}_3(\mathbb{C}) \mid AX = XA\}$.

5p

a) Să se calculeze $\det A$.

5p

b) Să se demonstreze că $A^2X = XA^2$, oricare ar fi $X \in \mathcal{M}_3(\mathbb{C})$, unde $A^2 = A \cdot A$.

5p

c) Să se arate că dacă $a, b \in \mathbb{C}$, atunci matricea $aI_3 + bA \in G$.

2. Se consideră polinomul $f = (1 + X + X^2)^{1004} = a_0 + a_1X + a_2X^2 + \dots + a_{2008}X^{2008}$.

5p

a) Să se calculeze $f(1) + f(i)$.

5p

b) Să se arate că $a_0 + a_1 + a_2 + \dots + a_{2008}$ este un număr întreg impar.

5p

c) Să se demonstreze că $a_1 + a_5 + a_9 + \dots + a_{2005} = a_3 + a_7 + a_{11} + \dots + a_{2007}$.