

**Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**SUBIECTUL II (30p)**

1. În  $\mathcal{M}_3(\mathbb{R})$  se consideră matricele  $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$  și  $B = I_3 + A$ , unde  $I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ .

**5p**      a) Să se arate că  $A \cdot B = B \cdot A$ .

**5p**      b) Să se calculeze  $A^2 + A^3$ , unde  $A^2 = A \cdot A$  și  $A^3 = A^2 \cdot A$ .

**5p**      c) Să se demonstreze că dacă  $X \in \mathcal{M}_3(\mathbb{R})$  și  $A \cdot X = X \cdot A$ , atunci există numerele reale  $a, b, c$  astfel

încât 
$$X = \begin{pmatrix} a & b & c \\ 0 & a & b \\ 0 & 0 & a \end{pmatrix}.$$

2. Se consideră polinomul  $f = X^3 + aX^2 + bX + c$ , cu  $a, b, c \in \mathbb{R}$  având rădăcinile  $x_1, x_2, x_3 \in \mathbb{C}$ .

**5p**      a) Să se determine numărul real  $c$  știind că  $f(1) + f(-1) + f(i) + f(-i) = 2008$ , unde  $i^2 = -1$ .

**5p**      b) Știind că  $a = -3$ ,  $b = 1$ ,  $c = 1$ , să se determine rădăcinile reale ale polinomului  $f$ .

**5p**      c) Să se exprime în funcție de numerele reale  $a, b, c$  determinantul  $D = \begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \\ x_2 & x_3 & x_1 \\ x_3 & x_1 & x_2 \end{vmatrix}$ .