

**Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**SUBIECTUL II (30p)**

1. Se consideră matricele  $A = \begin{pmatrix} 0 & i \\ -i & 0 \end{pmatrix}$ , unde  $i^2 = -1$ ,  $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$  și mulțimea de matrice

$$G = \left\{ X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{C}) \mid X^2 = I_2 \right\}, \text{ unde } X^2 = X \cdot X.$$

**5p** a) Să se verifice că  $A \in G$ .

**5p** b) Să se demonstreze că  $\left( \frac{1}{2}(X + I_2) \right)^2 = \frac{1}{2}(X + I_2)$ , oricare ar fi  $X \in G$ .

**5p** c) Să se demonstreze că orice matrice pătratică de ordinul al doilea peste  $\mathbb{R}$  pentru care avem  $AX = XA$  este de forma  $X = \begin{pmatrix} x & y \\ -y & x \end{pmatrix}$ , unde  $x, y \in \mathbb{R}$ .

2. Se consideră polinomul  $f = X^4 + aX^3 + bX + c$ , cu  $a, b, c \in \mathbb{R}$ .

**5p** a) Pentru  $c = 501$ , să se demonstreze că  $f(1) + f(-1) + f(i) + f(-i) = 2008$ , unde  $i^2 = -1$ .

**5p** b) Pentru  $a = -2$ ,  $b = 2$  și  $c = -1$  să se determine rădăcinile polinomului  $f$ .

**5p** c) Să se demonstreze că nu există valori reale ale coeficienților  $a, b, c$  astfel ca  $f$  să se dividă cu  $g = X^3 - X$ .