

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SUBIECTUL II (30p)

1. Se consideră inelul $(\mathbb{Z}_6, +, \cdot)$, unde $\mathbb{Z}_6 = \{\hat{0}, \hat{1}, \hat{2}, \hat{3}, \hat{4}, \hat{5}\}$.

5p a) Să se rezolve ecuația $\hat{2}x + \hat{5} = \hat{1}$, $x \in \mathbb{Z}_6$.

5p b) Să se calculeze determinantul $\begin{vmatrix} \hat{1} & \hat{2} & \hat{3} \\ \hat{2} & \hat{3} & \hat{1} \\ \hat{3} & \hat{1} & \hat{2} \end{vmatrix}$ în \mathbb{Z}_6 .

5p c) Să se rezolve în \mathbb{Z}_6 sistemul de ecuații $\begin{cases} \hat{2}x + y = \hat{4} \\ x + \hat{2}y = \hat{5} \end{cases}$.

2. Se consideră mulțimea $G = \{A_x \mid x \in \mathbb{Z}\}$, unde matricea $A_x = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ x & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $x \in \mathbb{Z}$.

5p a) Să se verifice că $A_x \cdot A_y = A_{x+y}$, unde $x, y \in \mathbb{Z}$.

5p b) Să se determine elementul neutru din grupul (G, \cdot) .

5p c) Să se arate că grupurile $(\mathbb{Z}, +)$ și (G, \cdot) sunt izomorfe prin funcția $f: \mathbb{Z} \rightarrow G$, $f(x) = A_x$.