

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SUBIECTUL II (30p)

1. În reperul cartezian xOy se consideră dreptele de ecuații

$$BC: 3x + y - 2 = 0, AB: x + 2y - 4 = 0 \text{ și } CA: x - 3y - 4 = 0.$$

5p **a)** Să se determine coordonatele punctelor A, B și C .

5p **b)** Să se calculeze aria triunghiului ABC , dacă $A(4, 0)$, $B(0, 2)$ și $C(1, -1)$.

5p **c)** Să se determine ecuația mediatoarei segmentului AB .

2. Se consideră matricea $A = \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ și mulțimile $\mathcal{M}^* = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ 0 & a \end{pmatrix} \mid a, b \in \mathbb{R}, a > 0 \right\}$ și

$$G = \left\{ X \mid X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}), AX = XA \right\}.$$

5p **a)** Să se arate că dacă $X \in G$ atunci există $x, y \in \mathbb{R}$ astfel încât $X = \begin{pmatrix} x & y \\ 0 & x \end{pmatrix}$.

5p **b)** Să se arate că G este grup comutativ în raport cu adunarea matricelor.

5p **c)** Știind că \mathcal{M}^* este grup în raport cu înmulțirea matricelor să se arate că funcția $f: G \rightarrow \mathcal{M}^*$ definită

prin $f\left(\begin{pmatrix} x & y \\ 0 & x \end{pmatrix}\right) = \begin{pmatrix} e^x & ye^x \\ 0 & e^x \end{pmatrix}$ este izomorfism între grupurile $(G, +)$ și (\mathcal{M}^*, \cdot) .