

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SUBIECTUL II (30p)

1. Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$, $O_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ și $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ în $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$.

5p a) Să se calculeze $3A - 4B$ și $A \cdot B$.

5p b) Să se rezolve ecuația matricială $A \cdot X = B$, unde $X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$.

5p c) Să se demonstreze că matricea A verifică egalitatea $A^2 - 4A + 5I_2 = O_2$, unde $A^2 = A \cdot A$.

2. Pe \mathbb{R} se consideră legea de compoziție asociativă $x \circ y = x + y - 14$, $\forall x, y \in \mathbb{R}$.

5p a) Utilizând metoda inducției matematice să se demonstreze că
 $x_1 \circ x_2 \circ \dots \circ x_n = x_1 + x_2 + \dots + x_n - 14(n-1)$ oricare ar fi $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$.

5p b) Să se determine cel mai mic număr natural nenul pentru care $1 \circ 2 \circ 3 \circ 4 \circ \dots \circ n \geq 28$.

5p c) Să se rezolve ecuația $\log_2 x \circ \log_3 x \circ \log_4 x \circ \dots \circ \log_{2009} x = -28084$.