

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SUBIECTUL II (30p)

1. În mulțimea matricelor pătratice $\mathcal{M}_2(\mathbb{C})$ se consideră submulțimea $G = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ b & a \end{pmatrix} \mid a, b \in \mathbb{Z} \right\}$.

5p **a)** Dacă $A, B \in G$, să se demonstreze că $A + B \in G$ și $A \cdot B \in G$.

5p **b)** Să se arate că matricea $C \in G$, obținută pentru $a = 5$ și $b = 3$, verifică relația $C^2 = 10C - 16I_2$, unde $C^2 = C \cdot C$ și $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

5p **c)** Pentru $a, b \in \mathbb{N}$ să se determine o matrice $D \in G$ care are proprietatea că $\det D = 2008$.

2. Se consideră polinomul $f \in \mathbb{C}[X]$, $f(X) = (X + i)^{2008} + (X - i)^{2008}$ care are forma algebrică

$$f = a_{2008}X^{2008} + a_{2007}X^{2007} + \dots + a_1X + a_0.$$

5p **a)** Să se determine a_{2008} și a_0 .

5p **b)** Să se arate că $f(i) + f(-i)$ este număr real.

5p **c)** Să se arate că, dacă $z \in \mathbb{Z}$ este o rădăcină a lui f , atunci $|z + i| = |z - i|$.