

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SUBIECTUL II (30p)

1. Se consideră determinantul $\Delta = \begin{vmatrix} a & b & c \\ c & a & b \\ b & c & a \end{vmatrix}$, $a, b, c \in \mathbb{C}$.

5p a) Dacă $a = i$, $b = 0$ și $c = 1$, unde $i^2 = -1$, să se calculeze determinantul Δ .

5p b) Să se arate că $\Delta = (a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - ac - bc)$.

5p c) Să se rezolve ecuația $\begin{vmatrix} 2^x & 1 & 1 \\ 1 & 2^x & 1 \\ 1 & 1 & 2^x \end{vmatrix} = 0$, $x \in \mathbb{R}$.

2. În mulțimea $\mathcal{M}_2(\mathbb{Z}_5)$ se consideră submulțimea $G = \left\{ X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{Z}_5) \mid \begin{pmatrix} \hat{x} & \hat{y} \\ \hat{2}\hat{y} & \hat{x} \end{pmatrix} \right\}$ și matricele

$$I_2 = \begin{pmatrix} \hat{1} & \hat{0} \\ \hat{0} & \hat{1} \end{pmatrix} \text{ și } O_2 = \begin{pmatrix} \hat{0} & \hat{0} \\ \hat{0} & \hat{0} \end{pmatrix}.$$

5p a) Să se arate că $I_2 \in G$ și $O_2 \in G$.

5p b) Să se arate că dacă $A, B \in G$, atunci $A + B \in G$.

5p c) Să se verifice că mulțimea G împreună cu operația de adunare a matricelor este grup comutativ.