

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SUBIECTUL II (30p)

1. Se consideră matricea $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \varepsilon & \varepsilon^2 \\ 1 & \varepsilon^2 & \varepsilon \end{pmatrix}$, ε este o soluție a ecuației $x^2 + x + 1 = 0$ și $\varepsilon^3 = 1$.

5p a) Să se calculeze suma elementelor matricei A .

5p b) Să se arate că $\det A^2 = (\det A)^2$, unde $A^2 = A \cdot A$.

5p c) Utilizând metoda inducției matematice arătați că $A^{4n} = 3^{2n} I_3$, $n \in \mathbb{N}^*$, unde $A^m = \underbrace{A \cdot A \cdot \dots \cdot A}_{de\ m\ ori}$, $\forall m \in \mathbb{N}^*$.

2. Pe mulțimea numerelor reale \mathbb{R} definim legile de compoziție $x * y = xy - 2x - 2y + 6$ și

$$x \circ y = xy - 3(x + y) + 12.$$

5p a) Să se verifice că $(x * 2) + (3 \circ y) - 5 = 0$, $\forall x, y \in \mathbb{R}$.

5p b) Știind că e_1 este elementul neutru în raport cu legea de compoziție „ $*$ ” și e_2 elementul neutru în raport cu legea „ \circ ”, scrieți ecuația de gradul al doilea care are soluțiile e_1 și e_2 .

5p c) Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = ax + 1$. Să se determine $a \in \mathbb{R}$ astfel încât $f(x * y) = f(x) \circ f(y)$, $\forall x, y \in \mathbb{R}$.