

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SUBIECTUL II (30p)

1. Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} a-1 & 1 \\ a & 2 \end{pmatrix}$, $a \in \mathbb{R}$, $X = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ cu $x, y \in \mathbb{R}$ și $B = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix}$.

5p **a)** Să se determine $a \in \mathbb{R}$ astfel încât matricea A să fie inversabilă.

5p **b)** Să se calculeze inversa matricei A în cazul în care $a = 3$.

5p **c)** Pentru $a = 3$ se rezolve ecuația matricială $A \cdot X = B$.

2. Pe mulțimea $G = (-1, 1)$ se consideră legea de compoziție $x * y = \frac{x+y}{1+xy}$. Fie funcția $f : (-1, 1) \rightarrow (0, \infty)$

$$f(x) = \frac{1-x}{1+x}.$$

5p **a)** Să se calculeze $f\left(-\frac{1}{2}\right) * f\left(\frac{1}{2}\right)$.

5p **b)** Să se verifice că $f(x * y) = f(x) \cdot f(y)$, $\forall x, y \in G$.

5p **c)** Știind că legea de compoziție „ $*$ ” este asociativă, să se demonstreze, utilizând metoda inducției matematice, că $f(x_1 * x_2 * \dots * x_n) = f(x_1) \cdot f(x_2) \cdot \dots \cdot f(x_n)$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$.