

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SUBIECTUL II (30p)

1. Se consideră matricea $A = \begin{pmatrix} x-3 & 1 \\ 1 & x-3 \end{pmatrix}, x \in \mathbb{R}$. Notăm $A^n = \underbrace{A \cdot \dots \cdot A}_{\text{de } n \text{ ori}}, n \in \mathbb{N}^*, I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

5p a) Să se determine x știind că $\det A = 0$.

5p b) Să se verifice egalitatea $A^2 = (2x-6)A - (x^2 - 6x + 8) \cdot I_2$.

5p c) Pentru $x = 4$ utilizând metoda inducției matematice să se demonstreze că $A^n = 2^{n-1} \cdot A, n \in \mathbb{N}^*$.

2. Pe mulțimea numerelor complexe \mathbb{C} se consideră legea de compoziție

$$x \circ y = xy - 2i(x + y) - 4 + 2i.$$

5p a) Să se verifice că $x \circ y = (x - 2i)(y - 2i) + 2i, \forall x, y \in \mathbb{C}$.

5p b) Să se demonstreze că $x \circ 2i = 2i$ oricare ar fi $x \in \mathbb{C}$.

5p c) Știind că legea de compoziție „ \circ ” este asociativă, să se calculeze expresia:

$$E = (-2008i) \circ (-2007i) \circ \dots \circ (-i) \circ 0 \circ i \circ (2i) \circ \dots \circ (2008i).$$