

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SUBIECTUL II (30p)

1. Se consideră sistemul $\begin{cases} ax + 2y = 0 \\ 4x + y = 0 \end{cases}$, $a \in \mathbb{R}$ și $A = \begin{pmatrix} a & 2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$, $A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ matricea sistemului.

Notăm $A^2 = A \cdot A$, $O_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

5p a) Pentru $a = -1$ să se rezolve sistemul de ecuații.

5p b) Să se verifice egalitatea $A^2 - (a+1)A + (a-8)I_2 = O_2$.

5p c) Să se determine $a \in \mathbb{R}$ știind că matricea A verifică egalitatea $A^2 = 9I_2$.

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x \circ y = x + y + 11$.

5p a) Să se arate că legea de compoziție „ \circ ” este asociativă.

5p b) Utilizând metoda inducției matematice, să se arate că

$$1 \circ 2 \circ 3 \circ \dots \circ n = \frac{n(n+1)}{2} + (n-1) \cdot 11, \forall n \in \mathbb{N}, n \geq 2.$$

5p c) Să se determine cel mai mare număr natural n pentru care $2 \circ 2^2 \circ 2^3 \circ \dots \circ 2^n < 2008$.