

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SUBIECTUL II (30p)

1. În mulțimea matricelor pătratice $\mathcal{M}_2(\mathbb{Q})$ se consideră $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ și $B = \begin{pmatrix} x & y \\ z & t \end{pmatrix}$, $x, y, z, t \in \mathbb{Q}$,

$$O_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

5p a) Să se verifice relația $2A - A^2 - A^3 = O_2$, știind că $A^3 = A \cdot A \cdot A$ și $A^2 = A \cdot A$.

5p b) Să se determine $x, y, z, t \in \mathbb{Q}$ știind că $A \cdot B = I_2$.

5p c) Dacă $A \cdot B = I_2$ să se calculeze $S = B^{-1} + B^{-2} + B^{-3}$.

2. Pe mulțimea numerelor întregi \mathbb{Z} definim legile de compoziție $x * y = x + y - 3$ și

$$x \circ y = xy - 3(x + y) + 12.$$

5p a) Să se rezolve în \mathbb{Z} ecuația $x * x = x \circ x$.

5p b) Să se arate că $x \circ (y * z) = (x \circ y) * (x \circ z)$, $\forall x, y, z \in \mathbb{Z}$.

5p c) Să se rezolve în mulțimea $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ sistemul
$$\begin{cases} (x-3) * y = 2 \\ (x-y) \circ 4 = 10 \end{cases}$$