

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SUBIECTUL II (30p)

1. Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$, $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $O_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ și $B = I_2 + A$. Se notează

$$A^2 = A \cdot A \text{ și } B^n = \underbrace{B \cdot B \cdot \dots \cdot B}_{\text{de } n \text{ ori}}.$$

5p

a) Să se verifice că $A^2 + B^2 = I_2 + 2A$.

5p

b) Să se calculeze inversa matricei B .

5p

c) Utilizând metoda inducției matematice, să se arate că $B^n = I_2 + nA$, $n \in \mathbb{N}^*$.

2. Se consideră polinomul $f = X^4 + X^2 + 1$, cu rădăcinile $x_1, x_2, x_3, x_4 \in \mathbb{C}$.

5p

a) Să se arate că f este divizibil cu $g = X^2 + X + 1$.

5p

b) Să se calculeze produsul $S \cdot P$ unde $S = x_1 + x_2 + x_3 + x_4$ și $P = x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4$.

5p

c) Să se calculeze suma $T = x_1^4 + x_2^4 + x_3^4 + x_4^4$.