

**Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**SUBIECTUL II (30p)**

1. Se consideră matricele  $A = \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ ,  $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$  și mulțimea  $C(A) = \{X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{C}) \mid XA = AX\}$ .

5p a) Să se determine  $a, b \in \mathbb{C}$ , astfel încât  $A \cdot \begin{pmatrix} 0 & a \\ b & 0 \end{pmatrix} = I_2$ .

5p b) Să se arate că  $A^{2008} = 3^{1004} I_2$ .

5p c) Să se arate că dacă  $X \in C(A)$ , atunci există  $a, b \in \mathbb{C}$  astfel încât  $X = \begin{pmatrix} a & 3b \\ b & a \end{pmatrix}$ .

2. Se consideră mulțimea  $G = (-1, 1)$  și legea de compoziție  $x * y = \frac{x+y}{1+xy}$ ,  $\forall x, y \in G$ .

5p a) Să se arate că  $\forall x, y \in G$  avem  $x * y \in G$ .

5p b) Să se verifice egalitatea  $x * y = \frac{(x+1)(y+1) - (x-1)(y-1)}{(x+1)(y+1) + (x-1)(y-1)}$ ,  $\forall x, y \in G$ .

5p c) Să se rezolve în  $G$  ecuația  $x * x = \frac{4}{5}$ .