

**Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**SUBIECTUL II (30p)**

1. În  $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$  se consideră matricele  $A(x) = \begin{pmatrix} 1+5x & -2x \\ 10x & 1-4x \end{pmatrix}, x \in \mathbb{R}.$

5p a) Să se arate că  $A(x) \cdot A(y) = A(xy + x + y), \forall x, y \in \mathbb{R}.$

5p b) Să se verifice dacă  $(A(x))^2 = A((x+1)^2 - 1), \forall x \in \mathbb{R}.$

5p c) Să se demonstreze, utilizând metoda inducției matematice, că  $(A(1))^n = A(2^n - 1), \forall n \in \mathbb{N}^*.$

2. Fie  $G = \{a + b\sqrt{3} \mid a, b \in \mathbb{Z}, a^2 - 3b^2 = 1\}.$

5p a) Să se verifice dacă 0 și 1 aparțin mulțimii  $G.$

5p b) Să se demonstreze că pentru orice  $x, y \in G$  avem  $x \cdot y \in G.$

5p c) Să se arate că dacă  $x \in G$ , atunci  $\frac{1}{x} \in G.$