

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SUBIECTUL II (30p)

1. Se consideră în $\mathcal{M}_2(\mathbb{C})$ submulțimea $H = \left\{ A = \begin{pmatrix} z & -\bar{w} \\ w & \bar{z} \end{pmatrix} \mid z, w \in \mathbb{C} \right\}$, unde \bar{z} este conjugatul

numărului complex z .

5p a) Să se demonstreze că pentru $A, B \in H$ avem $A + B \in H$.

5p b) Să se arate că dacă $A \in H$ atunci avem $-A \in H$.

5p c) Să se demonstreze că dacă $A \in H$ și A are determinantul nul, atunci $A = O_2$.

2. Se consideră polinoamele $f = X^4 + X^3 + X^2 + X + 1$, $g = X^3 + X^2 + X + 1$, $f, g \in \mathbb{C}[X]$.

5p a) Să se demonstreze că $f = X \cdot g + 1$.

5p b) Să se calculeze $g(-1)$ și apoi să se determine rădăcinile $x_1, x_2, x_3 \in \mathbb{C}$ ale polinomului g .

5p c) Știind că $x_1, x_2, x_3 \in \mathbb{C}$ sunt rădăcinile polinomului g , să se arate că $f(x_1) + f(x_2) + f(x_3) = 3$.