

**Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**SUBIECTUL II (30p)**

1. În mulțimea matricelor pătratice  $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$  se consideră matricea  $A = \begin{pmatrix} 4 & -6 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$ .

Notăm  $A^n = \underbrace{A \cdot \dots \cdot A}_{\text{de } n \text{ ori}}, n \in \mathbb{N}^*$

5p a) Să se arate că  $A^2 + A^3 + A^4 = 3A$ .

5p b) Să se determine matricele  $X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ ,  $X = \begin{pmatrix} x & 0 \\ 0 & x \end{pmatrix}$ , astfel încât  $\det(X + A) = 2$ .

5p c) Știind că  $A^n = A, \forall n \in \mathbb{N}^*$ , să se demonstreze că  $A + 2A^2 + \dots + nA^n = \frac{n(n+1)}{2}A, \forall n \in \mathbb{N}^*$ .

2. Se consideră polinomul  $f = X^3 + X^2 + mX + 1, m \in \mathbb{R}$  și  $x_1, x_2, x_3 \in \mathbb{C}$  rădăcinile sale.

Definim  $S_n = x_1^n + x_2^n + x_3^n$ , pentru  $n \in \mathbb{N}^*$ .

5p a) Să se arate că  $S_3 + S_2 + mS_1 + 3 = 0$ .

5p b) Să se determine  $m \in \mathbb{R}$  astfel încât  $S_3 = -4$ .

5p c) Să se arate că pentru orice  $m \in \mathbb{Z}$  număr par polinomul  $f$  nu are rădăcini raționale.