

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SUBIECTUL II (30p)

1. Se consideră sistemul
$$\begin{cases} x - 2y + 3z = -3 \\ 2x + y + z = 4 \\ mx - y + 4z = 1 \end{cases}$$
, unde m este un parametru real și A matricea sistemului.

5p a) Să se arate că pentru orice m real tripletul $(0, 3, 1)$ este soluție a sistemului.

5p b) Să se determine valorile parametrului real m pentru care sistemul admite soluție unică.

5p c) Pentru $m \neq 3$, să se rezolve sistemul.

2. Pe mulțimea numerelor reale \mathbb{R} se consideră legea de compoziție $x * y = 2xy - 6x - 6y + 21$, pentru orice $x, y \in \mathbb{R}$.

5p a) Să se arate că $x * y = 2(x - 3)(y - 3) + 3$ pentru orice $x, y \in \mathbb{R}$.

5p b) Să se rezolve în \mathbb{R} ecuația $5^x * 5^x = 11$.

5p c) Știind că legea „ $*$ ” este asociativă, să se demonstreze prin metoda inducției matematice că

$$\underbrace{x * x * \dots * x}_{\text{de } n \text{ ori}} = 2^{n-1} (x - 3)^n + 3, \quad \forall x \in \mathbb{R}, \quad \forall n \in \mathbb{N}, n \geq 2.$$