

**Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**SUBIECTUL II (30p)**

1. În mulțimea  $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$  se consideră matricea  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$ . Notăm  $A^n = \underbrace{A \cdot \dots \cdot A}_{\text{de } n \text{ ori}}$ ,  $n \in \mathbb{N}^*$ .

5p a) Să se demonstreze că  $A^2 = 3A$ .

5p b) Utilizând metoda inducției matematice, să se arate că  $A^n = 3^{n-1}A$ ,  $\forall n \in \mathbb{N}^*$ .

5p c) Să se demonstreze că matricea  $A + A^2 + \dots + A^{2007} - A^{2008}$  are toate elementele negative.

2. Se consideră mulțimea  $G = (0, \infty) \setminus \{1\}$  și operația  $x \circ y = x^{3 \ln y}$ ,  $\forall x, y \in G$ .

5p a) Să se determine mulțimea soluțiilor reale ale ecuației  $x \circ e = 1$ , unde  $e$  este baza logaritmului natural.

5p b) Să se demonstreze că operația „ $\circ$ ” este lege de compoziție pe  $G$ .

5p c) Să se arate că operația „ $\circ$ ” este asociativă pe mulțimea  $G$ .