

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SUBIECTUL II (30p)

1. Se consideră matricele $H(a) = \begin{pmatrix} 1 & \ln a & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & a \end{pmatrix}$, unde $a > 0$.

5p a) Să se arate că $H(a) \cdot H(b) = H(a \cdot b)$, $\forall a, b > 0$.

5p b) Să se calculeze inversa matricei $H(e)$, unde e este baza logaritmului natural.

5p c) Să se calculeze determinantul matricei $H(1) + H(2) + H(3) + \dots + H(2008)$.

2. Se consideră mulțimea $G = (2, \infty)$ și legea $x \circ y = xy - 2(x + y) + 6$, $\forall x, y \in G$.

5p a) Să se arate că $x \circ y = (x - 2)(y - 2) + 2$, $\forall x, y \in G$.

5p b) Să se demonstreze că „ \circ ” este lege de compoziție pe G .

5p c) Știind că legea „ \circ ” este asociativă, să se demonstreze utilizând metoda inducției matematice că:

$$\underbrace{x \circ x \circ \dots \circ x}_{\text{de } n \text{ ori}} = (x - 2)^n + 2, \quad \forall n \in \mathbb{N}, n \geq 2, \forall x \in G.$$