

**Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**SUBIECTUL II (30p)**

1. Se consideră matricele  $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 4 & -2 \end{pmatrix}$ ,  $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $O_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$  și mulțimea

$$G = \left\{ M(x, y) \mid M(x, y) = xI_2 + yA, x, y \in \mathbb{R} \right\}. \text{ Notăm } M^n = \underbrace{M \cdot M \cdot \dots \cdot M}_{\text{de } n \text{ ori}}, \text{ unde } n \in \mathbb{N}^*.$$

**5p**      **a)** Să se verifice  $A^2 = O_2$ .

**5p**      **b)** Să se determine matricele inversabile din  $G$ .

**5p**      **c)** Utilizând metoda inducției matematice să se demonstreze că  $M^n(x, 1) = M(x^n, nx^{n-1})$ , pentru orice  $n \in \mathbb{N}^*$ .

2. În mulțimea  $\mathbb{R}[X]$  se consideră polinomul  $f = X^3 + X^2 + \frac{1}{3}X + p$ , pentru care toate rădăcinile  $x_1, x_2, x_3 \in \mathbb{C}$  au aceeași parte reală.

**5p**      **a)** Să se calculeze  $x_1 + x_2 + x_3 + x_1x_2 + x_1x_3 + x_2x_3$ .

**5p**      **b)** Să se determine partea reală a rădăcinilor polinomului  $f$ .

**5p**      **c)** Să se determine numărul real  $p$  și să se rezolve ecuația  $f(x) = 0$  în mulțimea  $\mathbb{C}$ .