

**Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**SUBIECTUL II (30p)**

1. Se consideră mulțimea  $M = \left\{ \begin{pmatrix} a & b & c \\ 0 & a & d \\ 0 & 0 & a \end{pmatrix} \mid a, b, c, d \in \mathbb{R} \right\}$  și matricea  $O_3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ .

5p a) Să se arate că  $O_3 \in M$ .

5p b) Să se demonstreze că produsul a două matrice din  $M$  este o matrice din  $M$ .

5p c) Dacă  $A \in M$  cu  $\det A = 0$ , să se demonstreze că  $A^3 = O_3$ , unde  $A^3 = A \cdot A \cdot A$ .

2. Se consideră polinomul  $f = X^4 - X^3 + aX^2 + bX + c$ , unde  $a, b, c \in \mathbb{R}$ .

5p a) Pentru  $a = c = 1$  și  $b = -1$  să se determine câtul și restul împărțirii lui  $f$  la  $X^2 + 1$ .

5p b) Să se determine numerele  $a, b, c$  știind că restul împărțirii polinomului  $f$  la  $X^2 + 1$  este  $X$ , iar restul împărțirii lui  $f$  la  $X - 1$  este  $-1$ .

5p c) Să se demonstreze că dacă  $a \in \left( \frac{1}{2}, +\infty \right)$ , atunci  $f$  are cel puțin o rădăcină în mulțimea  $\mathbb{C} \setminus \mathbb{R}$ .