

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SUBIECTUL II (30p)

1. Se consideră sistemul
$$\begin{cases} x + y + z = 2 \\ 2x + y - z = 3 \\ x - y + 2z = a \end{cases}, \text{ unde } a \in \mathbb{R}.$$

5p a) Să se calculeze determinantul matricei asociate sistemului.

5p b) Pentru $a = 0$ să se rezolve sistemul.

5p c) Să se determine valorile lui $a \in \mathbb{R}$ astfel încât soluția sistemului să verifice relația $x = y + z$.

2. În mulțimea $\mathcal{M}_3(\mathbb{Z})$ se consideră matricele $X = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$, $I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ și submulțimea

$$G = \left\{ X^n \mid n \in \mathbb{N}^* \right\}, \text{ unde } X^n = \underbrace{X \cdot X \cdot \dots \cdot X}_{\text{de } n \text{ ori}}.$$

5p a) Să se verifice că $X^3 = I_3$.

5p b) Să se determine numărul de elemente ale mulțimii G .

5p c) Să se calculeze $\det(I_3 + X + X^2 + X^3 + \dots + X^{2009})$.