

**Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**SUBIECTUL II (30p)**

1. Se consideră mulțimea  $G = \left\{ \begin{pmatrix} a & b & b \\ b & a & b \\ b & b & a \end{pmatrix} \mid a, b \in \mathbb{Z} \right\}$  și matricele  $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$  și  $I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ .

5p a) Să se verifice că  $B^2 = 3B$ , unde  $B^2 = B \cdot B$ .

5p b) Să se arate că  $mI_3 + nB \in G$ , oricare ar fi  $m, n \in \mathbb{Z}$ .

5p c) Să se arate că dacă  $A \in G$  și  $A^2 = O_3$ , atunci  $A = O_3$ , unde  $O_3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ .

2. Se consideră polinoamele  $f = X^4 - 6X^2 + 1 \in \mathbb{R}[X]$  și  $g = X^4 - 6X^2 + 1 \in \mathbb{Z}_7[X]$ .

5p a) Să se demonstreze că  $f$  nu are rădăcini întregi.

5p b) Să se descompună  $f$  în produs de factori ireductibili în  $\mathbb{R}[X]$ .

5p c) Să se descompună  $g$  în produs de factori ireductibili în  $\mathbb{Z}_7[X]$ .