

**Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**SUBIECTUL II (30p)**

1. Se consideră matricele  $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$  și  $O_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ . Notăm  $A^n = \underbrace{A \cdot A \cdot \dots \cdot A}_{\text{de } n \text{ ori}}$ , unde  $n \in \mathbb{N}^*$ .

5p a) Să se verifice că  $A^2 - 3A = O_2$ .

5p b) Utilizând metoda inducției matematice să se arate că  $A^n = 3^{n-1}A$ , oricare ar fi  $n \in \mathbb{N}^*$ .

5p c) Dacă  $B = I_2 + A + A^2 + \dots + A^n$ , să se arate că  $\det B = \frac{3^{n+1} - 1}{2}$ , unde  $n \in \mathbb{N}^*$ .

2. Se consideră polinomul  $f = 4X^4 + 4mX^3 + (m^2 + 7)X + 4mX + 4$ , unde  $m \in \mathbb{R}$ .

5p a) Să se determine  $m \in \mathbb{R}$  știind că  $x = 1$  este rădăcină a polinomului  $f$ .

5p b) Să se demonstreze că  $f(x) = x^2 \left[ 4 \left( x + \frac{1}{x} \right)^2 + 4m \left( x + \frac{1}{x} \right) + m^2 - 1 \right]$ , oricare ar fi  $x \in \mathbb{R}^*$  și  $m \in \mathbb{R}$ .

5p c) Pentru  $m = -5$  să se rezolve în  $\mathbb{C}$  ecuația  $f(x) = 0$ .