

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SUBIECTUL II (30p)

1. În mulțimea $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ notăm cu A^t transpusa matricei A .

5p a) Să se calculeze $I_2 + I_2^t$, unde $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

5p b) Să se demonstreze că pentru orice $A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ și $m \in \mathbb{R}$ avem $(mA)^t = mA^t$.

5p c) Să se determine matricele $A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ pentru care $A + A^t = O_2$, unde $O_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$.

2. Pe mulțimea \mathbb{C} se consideră legea de compoziție $z_1 * z_2 = (z_1 - i)(z_2 - i) + i$.

5p a) Să se calculeze $(1 - i) * (1 + i)$.

5p b) Să se demonstreze că legea de compoziție „ $*$ ” este asociativă.

5p c) Utilizând metoda inducției matematice să se demonstreze că $\underbrace{z * z * \dots * z}_{\text{de } n \text{ ori}} = (z - i)^n + i$, oricare ar fi $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$.