

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SUBIECTUL II (30p)

1. Se consideră matricele $O_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ și $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ a & b \end{pmatrix}$, unde $a, b \in \mathbb{Z}$.

5p a) Să se calculeze A^2 , unde $A^2 = A \cdot A$.

5p b) Să se verifice că $A^2 = aI_2 + bA$, unde $A^2 = A \cdot A$.

5p c) Dacă $X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{Z})$ cu $AX = XA$, să se arate că există $m, n \in \mathbb{Z}$ astfel încât $X = mI_2 + nA$.

2. Se consideră polinomul $f = X^4 + aX^3 - X - 1$, unde $a \in \mathbb{Z}$.

5p a) Să se determine a știind că $x=1$ este rădăcină a polinomului f .

5p b) Pentru $a=1$ să se determine rădăcinile $x_1, x_2, x_3, x_4 \in \mathbb{C}$ ale polinomului f .

5p c) Să se demonstreze că $f(x) \neq 0$, oricare ar fi $x \in \mathbb{Q} \setminus \mathbb{Z}$.