

**Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**SUBIECTUL II (30p)**

1. Se consideră matricele  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$  și  $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$  în  $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ .

**5p**     a) Să se verifice că  $AB = BA$ .

**5p**     b) Să se calculeze  $A^2 + B^2$ , unde  $A^2 = A \cdot A$  și  $B^2 = B \cdot B$ .

**5p**     c) Să se arate că  $C^n = 5^n \cdot I_2$ ,  $\forall n \in \mathbb{N}^*$  unde  $C = A + B$  și  $C^n = \underbrace{C \cdot C \cdot \dots \cdot C}_{\text{de } n \text{ ori}}$ .

2. Se consideră polinoamele cu coeficienți raționali  $f = X^4 + aX^3 + bX^2 - 5X + 6$  și  $g = X^3 + X - 2$ .

**5p**     a) Să se determine  $a, b \in \mathbb{Q}$ , astfel încât polinomul  $f$  să fie divizibil cu polinomul  $g$ .

**5p**     b) Pentru  $a = -3$  și  $b = 1$  să se descompună polinomul  $f$  în produs de factori ireductibili în  $\mathbb{Q}[X]$ .

**5p**     c) Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația  $3^{3x} - 3^{2x+1} + 3^x - 5 + 6 \cdot 3^{-x} = 0$ .