

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SUBIECTUL II (30p)

1. Se consideră matricea $A = \begin{pmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$.

5p a) Să se calculeze $A^2 + A^3$, unde $A^2 = A \cdot A$ și $A^3 = A^2 \cdot A$.

5p b) Să se demonstreze prin metoda inducției matematice că $A^n = \begin{pmatrix} 5^n & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, pentru orice număr natural $n \geq 2$, știind că $A^n = \underbrace{A \cdot A \cdot \dots \cdot A}_{\text{de } n \text{ ori}}$.

5p c) Să se determine matricea $B = A + A^2 + \dots + A^{2008}$.

2. Se consideră polinomul $f = X^4 + mX^2 + n$, unde $m, n \in \mathbb{R}$.

5p a) Să se determine $m, n \in \mathbb{R}$ știind că polinomul f admite rădăcina $x_1 = \frac{\sqrt{3} + i}{2}$.

5p b) Să se determine $m \in \mathbb{R}$ astfel încât rădăcinile polinomului să verifice relația $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 = 0$.

5p c) Pentru $m = -1$ și $n = 1$ să se descompună polinomul f în produs de factori ireductibili în $\mathbb{R}[X]$.